

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. заведующего кафедрой  
математического анализа  
Шабров С.А.



01.07.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.ДВ.03.02. Теория краевых задач**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
02.04.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализации:** Математический анализ и приложения
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**  
Курина Галина Алексеевна, доктор физ.-мат. наук, профессор  
(*ФИО, ученая степень, ученое звание*)
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета  
протокол № 0500-07 от 29.06.2021  
(*наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола*)
- 8. Учебный год:** 2022/2023                      **Семестр:** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### *Цели изучения дисциплины:*

- обеспечение приобретения знаний по одному из важнейших направлений современной прикладной науки.
- формирование необходимого уровня математической подготовки, необходимых для решения краевых задач;
- приобретение необходимой эрудиции в вопросах приложений математики, подготовка к работе в НИИ, КБ и т. д.
- дальнейшее развитие логического мышления;

### *Задачи изучения дисциплины:*

- демонстрация на примерах появления краевых задач;
- овладение студентами основными методами решения краевых задач;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения краевых задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Специальный курс «Теория краевых задач» относится к части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Курс является логическим продолжением преподавания предметов: «Алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ» (бакалавриат). Он осуществляет разумный баланс между общеобразовательным содержанием подготовки магистра и его дальнейшей профессиональной направленностью, что, несомненно, повышает профессиональное самоопределение учащегося, уровень его социальной адаптации.

Обучение этим методам обусловлено широким спектром применения для решения научных и технических проблем.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1 ПК-1.1 ПК-1.2	Способен проводить работы по сбору, обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований в области математического моделирования физических и экономических процессов методами математического анализа, а также реализовывать соответствующие программные алгоритмы	Знать: основные положения теории управления физическим процессом.  Уметь: строить математические модели физических колебательных процессов.  Владеть: навыками построения управляющих воздействий на систему для получения заданного результата.
ПК-2	Способен анализировать,	Знать: основные способы постановки

ПК-2.2	систематизировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в области математического и компьютерного моделирования различных процессов	задач, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций. Уметь: применять полученную теоретическую базу для решения конкретных задач управления колебательными процессами в упругих системах. Владеть: различными методами построения управляющих воздействий на упругую систему.
ПК-3 ПК-3.3	Способен осуществлять разработки планов и методических программ проведения исследований и разработок	Знать: основные положения разработки планов исследования вопросов управления физическим процессом.  Уметь: разрабатывать методику исследований физических колебательных процессов.  Владеть: навыками исследований различных моделей колебательных процессов.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 72 / 2.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) зачет**

**13. Виды учебной работы**

Виды учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		№ семестра 4	№ семестра	№ семестра	№ семестра
Аудиторные занятия	20	20			
В том числе:	10	10			
лекции					
практические	-	-			
лабораторные	10	10			
Самостоятельная работа	52	52			
Контроль					
Форма промежуточной аттестации ( <i>зачет</i> –					

час./экзамен – _____ час.)					
Итого:	72	72			

### 13.1. Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
	<b>1. Лекции</b>	
01	Краевые задачи	Понятие краевой задачи. Некоторые примеры. Разрешимость краевой задачи. Теорема о представлении решения краевой задачи.
02	Функция Грина	Представление решения краевой задачи через функцию Грина. Свойства функции Грина. Единственность функции Грина.
03	Периодические системы	Скалярное периодическое уравнение. Матрица монодромии, мультипликаторы. Существование периодических решений для линейных уравнений с периодическими коэффициентами.
04	Задачи вариационного исчисления и оптимального управления. Линейно-квадратичные задачи оптимального управления.	Уравнение Эйлера. Существование решений линейно-квадратичных задач оптимального управления. Управление в форме обратной связи. Матричное уравнение Риккати.
05	Сингулярно возмущенные краевые задачи.	Асимптотическое решение сингулярно возмущенных периодических задач. Метод пограничных функций асимптотического решения сингулярно возмущенных краевых задач. Условно устойчивый случай.
	<b>2. Лабораторные</b>	
1	Функция Грина	Представление решения краевой задачи через функцию Грина.

2	Периодические задачи.	Решение периодических задач.
3	Задачи вариационного исчисления и оптимального управления.	Решение уравнения Эйлера
4	Решение линейно-квадратичных задач оптимального управления.	Решение краевой задачи, возникающей из условия оптимальности управления в линейно-квадратичной задаче. Управление в форме обратной связи. Связь между решением матричного уравнения Риккати и решением соответствующей краевой задачи для матричного уравнения.
5	Асимптотический метод решения сингулярно возмущенных краевых задач.	Метод пограничных функций решения сингулярно возмущенных краевых задач в условно устойчивом случае.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Краевые задачи	2		2	10	14
02	Функция Грина	2		2	10	14
03	Периодические системы	2		2	10	14
04	Задачи вариационного исчисления и оптимального управления. Линейно-квадратичные задачи оптимального управления.	2		2	10	14
05	Асимптотический метод решения сингулярно	2		2	12	16

	возмущенных краевых задач.					
	Итого	10		10	52	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

1. Детальное изучение конспектов лекций.
2. Выполнение практических заданий на занятиях.
3. Выполнение домашних заданий с последующим разбором на занятиях моментов, вызывающих затруднения.
4. Выполнение контрольной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<i>А.В. Боровских, А.И. Перов. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета. 2013.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .— 429 с. : ил. — Библиогр.: с.428-429 .— ISBN 978-5-8114-0988-4.
3	<a href="#">Ломов, Сергей Александрович</a> . Основы математической теории пограничного слоя / С.А. Ломов, И.С. Ломов .— Москва : Издательство Московского университета, 2011 .— 453 с. — Парал. тит. л., рез. англ. — Библиогр.: с.428-440 .— Предм. указ.: с.441-447 .— ISBN 978-5-211-05843-9.
4	<a href="#">Тихонов, Андрей Николаевич</a> . Дифференциальные уравнения : Учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— 4-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2002 .— 253 с. — (Курс высшей математики и математической физики ; Вып. 6) .— ISBN 5-9221-0277-X .— ISBN 5-9221-0134-X.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
5	<a href="http://w.ict.nsc.ru/books/textbooks/akhmerov/nm-ode_unicode/2-1.html">Простейшие краевые задачи w.ict.nsc.ru/books/textbooks/akhmerov/nm-ode_unicode/2-1.html</a>
6	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного</i>

	университета –( <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> ) Google, Yandex, Rambler
--	--

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	<a href="#">Васильева, Аделаида Борисовна</a> . Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов .— М. : Высшая школа, 1990 .— 207,[1] с
2	<a href="#">Ильин, Арлен Михайлович</a> . Асимптотические методы в анализе / А.М. Ильин, А.Р. Данилин .— М. : Физматлит, 2009 .— 248 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Фонд оценочных средств

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции и (или ее части)	Планируемые результаты обучения(показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 ПК-1.1 ПК-1.2	Знать: основные положения теории управления физическим процессом	01-05	Тест №1 Тест №2
	Уметь: строить математические модели физических колебательных процессов	01-05	Тест №1 Тест №2
	Владеть: навыками построения управляющих воздействий на систему для получения заданного результата.	01-05	Тест №1 Тест №2
ПК-2 ПК-2.2	Знать: основные способы постановки задач не укладываемых в рамки детерминированных конструкций	01-05	Тест №1 Тест №2
	Уметь: применять полученную теоретическую базу для решения конкретных задач управления колебательными процессами в упругих системах.	01-05	Тест №1 Тест №2
	Владеть: различными методами построения управляющих воздействий на упругую систему.	01-05	Тест №1 Тест №2 Вопросы к экзамену КИМ(экзамен)
ПК-3 ПК-3.3	Знать: основные положения разработки планов исследования вопросов управления физическим процессом.	01-05	Тест №1 Тест №2 Вопросы к экзамену КИМ(экзамен)



	Уметь: разрабатывать методiku исследований физических колебательных процессов.	01-05	Тест №1 Тест №2 Вопросы к экзамену КИМ(экзамен)
	Владеть: навыками исследований различных моделей колебательных процессов.	01-05	Тест №1 Тест №2 Вопросы к экзамену КИМ(экзамен)
<b>Промежуточная аттестация</b>		<b>Комплект КИМ (экзамен)</b>	

### 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	-	<b>«Неудовлетворительно»</b>
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их	Пороговый	<b>"Удовлетворительно"</b>

<p>устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример</p>		
<p>Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но допустил погрешности в практических примерах</p>	<p>Достаточный</p>	<p><b>"Хорошо"</b></p>
<p>Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>	<p>Повышенный</p>	<p><b>"Отлично"</b></p>

**19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (зачету): (нужное выбрать)**

**Вопросы к экзамену:**

1. Понятие краевой задачи.
2. Примеры краевых задач.
3. Разрешимость краевой задачи.
4. Теорема о представлении решения краевой задачи.
5. Представление решения краевой задачи через функцию Грина.
6. Свойства функции Грина.
7. Единственность функции Грина.
8. Периодические системы. Скалярное периодическое уравнение.
9. Матрица монодромии, мультипликаторы. Существование периодических решений для линейных уравнений с периодическими коэффициентами.
10. Задачи вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
11. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.
12. Линейно-квадратичные задачи оптимального управления.
13. Существование решений линейно-квадратичных задач оптимального управления.
14. Управление в форме обратной связи. Матричное уравнение Риккати.
15. Связь между решением матричного уравнения Риккати и решением соответствующей краевой задачи для матричного уравнения.
16. Асимптотическое решение сингулярно возмущенных периодических задач.
17. Метод пограничных функций асимптотического решения сингулярно возмущенных краевых задач. Условно устойчивый случай.

**19.3.2 КИМ (Контрольная работа)**

**Вариант 1**

1. Найти решение краевой задачи  $x''+2x'-3x=3$ ,  $x(0)=-1$ ,  $x(1)=-1$ .
2. Найти функцию Грина краевой задачи:  $x''=f(t)$ ,  $x(0)=0$ ,  $x(1)=0$ .

**Вариант 2.**

1. Найти решение краевой задачи  $x''+2x'-3x=3t$ ,  $x(-1)=0$ ,  $x(1)=0$ .
2. Найти функцию Грина краевой задачи:  $x''=f(t)$ ,  $x(0)=0$ ,  $x'(1)=0$ .

## КИМ (экзамен)

Направление подготовки\_02.04.01 Математика и компьютерные науки

*шифр, наименование*

Дисциплина \_\_\_ «Теория краевых задач» \_\_\_

Вид аттестации промежуточный экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Теория:

1. Представление решения краевой задачи через функцию Грина.

#### Практика:

1. Исследуйте разрешимость периодической задачи:  
 $x''+ax'+bx=f(t)$ ,  $x(0)=x(1)$ ,  $x'(0)=x'(1)$ .

Направление подготовки\_02.04.01 Математика и компьютерные науки

*шифр, наименование*

Дисциплина \_\_\_ «Теория краевых задач» \_\_\_

Вид аттестации промежуточный экзамен

*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 2

#### Теория:

1. Управление в форме обратной связи. Матричное уравнение Риккати.

#### Практика:

1. Исследуйте разрешимость антипериодической задачи:  
 $x''+ax'+bx=f(t)$ ,  $x(0)=-x(1)$ ,  $x'(0)=-x'(1)$ .

Направление подготовки\_02.04.01 Математика и компьютерные науки\_\_\_\_  
*шифр, наименование*

Дисциплина\_\_\_ «Теория краевых задач»\_\_\_

Вид контроля \_\_\_\_\_ промежуточный \_\_\_\_\_ экзамен \_\_\_\_\_  
*промежуточный контроль - экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы*

### **Контрольно-измерительный материал № 3**

#### **Теория:**

1. Теорема о представлении решения краевой задачи.

#### **Практика:**

1. Исследуйте разрешимость краевой задачи:  $x''+ax'+bx=\sin t$ ,  
 $x(0)=0$ ,  $x(1)=0$  в зависимости от коэффициентов  $a, b$ .

Направление подготовки\_02.04.01 Математика и компьютерные науки\_\_\_\_  
*шифр, наименование*

Дисциплина\_\_\_ «Теория краевых задач»\_\_\_

Вид контроля \_\_\_\_\_ промежуточный \_\_\_\_\_ экзамен \_\_\_\_\_  
*промежуточный контроль - экзамен, зачет; текущий контроль с указанием формы*

### **Контрольно-измерительный материал № 4**

#### **Теория:**

1. Метод пограничных функций асимптотического решения сингулярно возмущенных краевых задач. Условно устойчивый случай.

#### **Практика:**

1. Исследуйте разрешимость краевой задачи:  $x''+ax'+bx=1$ ,  $x(0)=0$ ,  
 $x(1)=0$  в зависимости от коэффициентов  $a, b$ .